

Liceul Tehnologic „Ioan N. Roman” Constanța

GRAFICUL FUNCȚIEI DE GRADUL AL II-LEA



Prof. Grosu Veronica

Ne amintim!

Definiție:

Funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$ se numește funcție de gradul al II-lea.

Ecuția atașată funcției este:

$$ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$$

$$\Delta > 0, x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0, x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0, x_1, x_2 \notin \mathbf{R}$$

Pentru a reprezenta grafic funcția de gradul al II-lea parcurgem următorii pași:

Pas.1 Intersecția graficului funcției cu axa Ox

$$G_f \cap O_x: \left. \begin{array}{l} y = 0, \\ f(x) = y \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) = 0$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

➤ Dacă $\Delta > 0 \Rightarrow G_f \cap O_x = \{A(x_1, 0); B(x_2, 0)\}$

Parabola intersectează axa Ox în punctele A și B.

➤ Dacă $\Delta = 0 \Rightarrow G_f \cap O_x = \left\{A\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)\right\}$

Parabola este tangentă axei Ox.

➤ Dacă $\Delta < 0 \Rightarrow G_f \cap O_x = \emptyset$

Parabola nu intersectează axa Ox.

Pas.2. Intersecția graficului funcției cu axa Oy

$$G_f \cap O_y: \left. \begin{array}{l} x = 0, \\ f(x) = y \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = y$$

$$G_f \cap O_y = \{C(0, f(0))\}$$

Pas.3. Vârful parabolei $V(x_V, y_V)$

$$x_V = -\frac{b}{2a} \text{ și } y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

Dacă $a > 0$, atunci $V(x_V, y_V)$ -punct de minim

Dacă $a < 0$, atunci $V(x_V, y_V)$ -punct de maxim

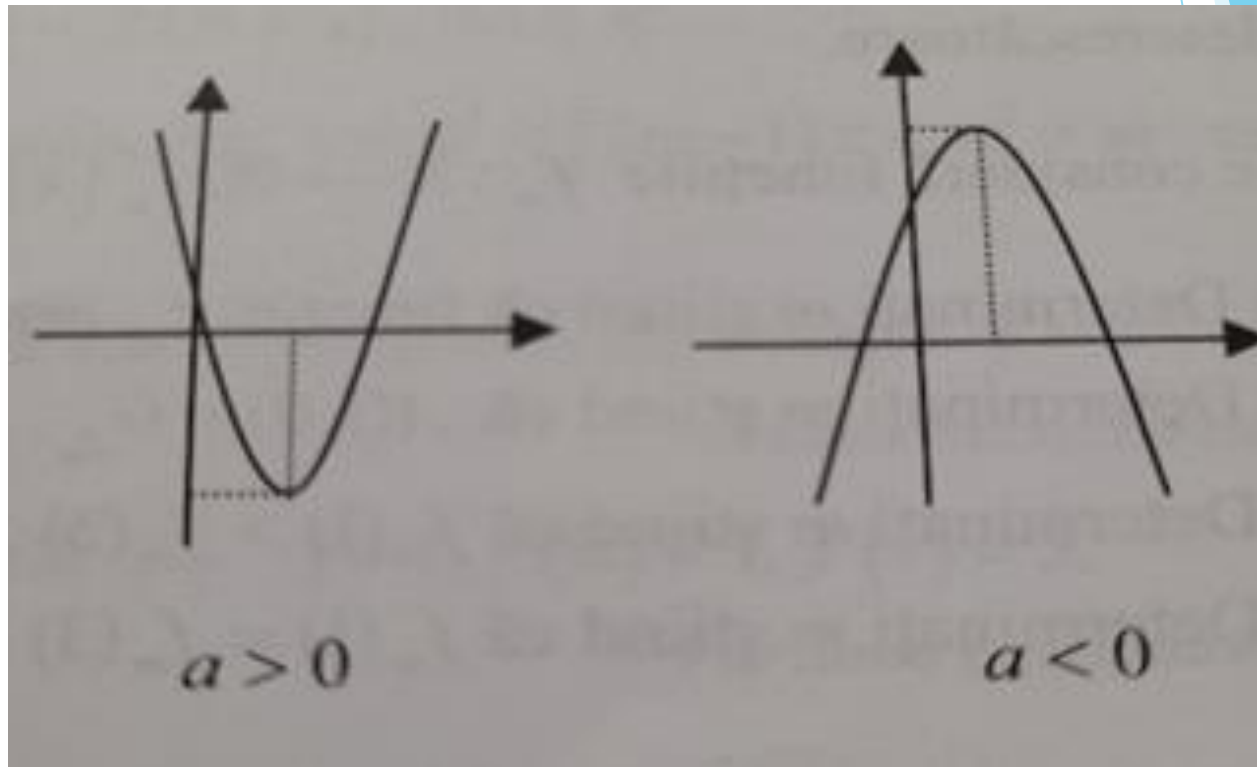
Pas 4. Dreapta de ecuație $x = -\frac{b}{2a}$ este axa de simetrie a parabolei.

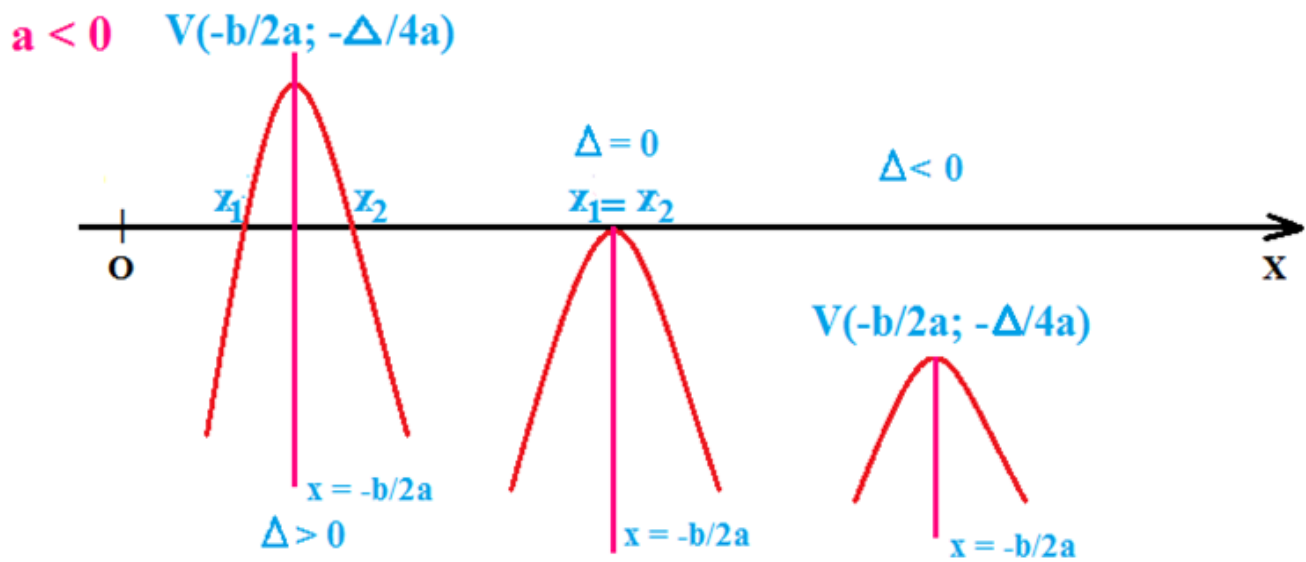
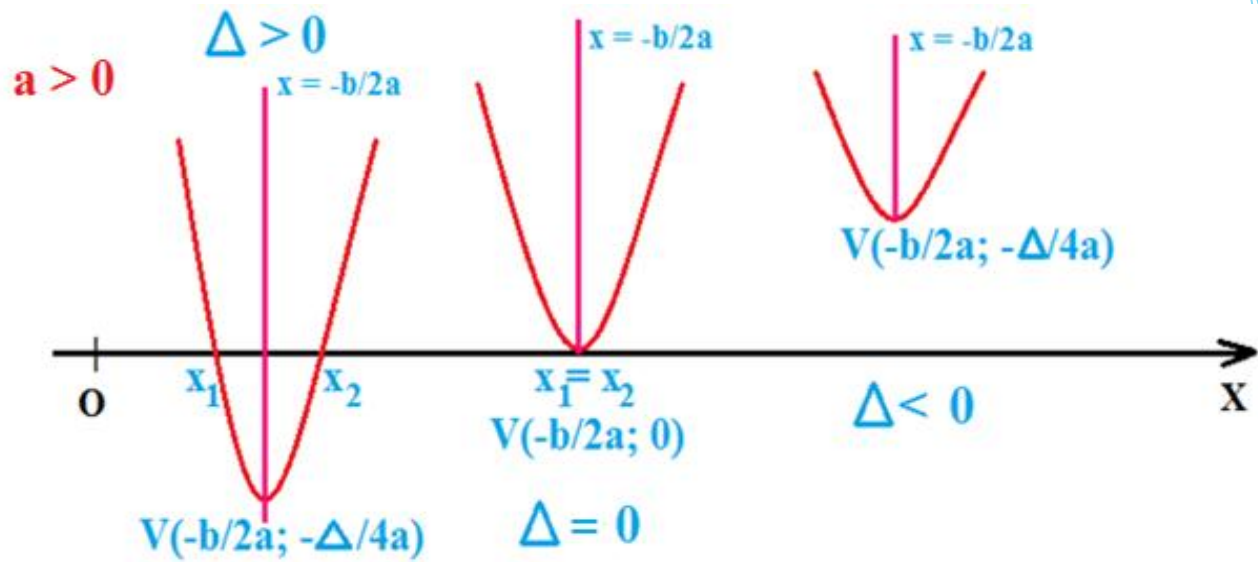
Pas.5.

Reprezentarea grafică a funcției de gradul al II-lea în reperul cartezian xOy se numește **parabolă**, aceasta poate fi:

-cu ramurile în sus, dacă $a > 0$

-cu ramurile în jos, dacă $a < 0$





Exemplu:

1. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

Reprezentați grafic funcția $f(x)$.

Pas.1

$$G_f \cap O_x: y = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$G_f \cap O_x = O(0, 0)$$

Pas.2.

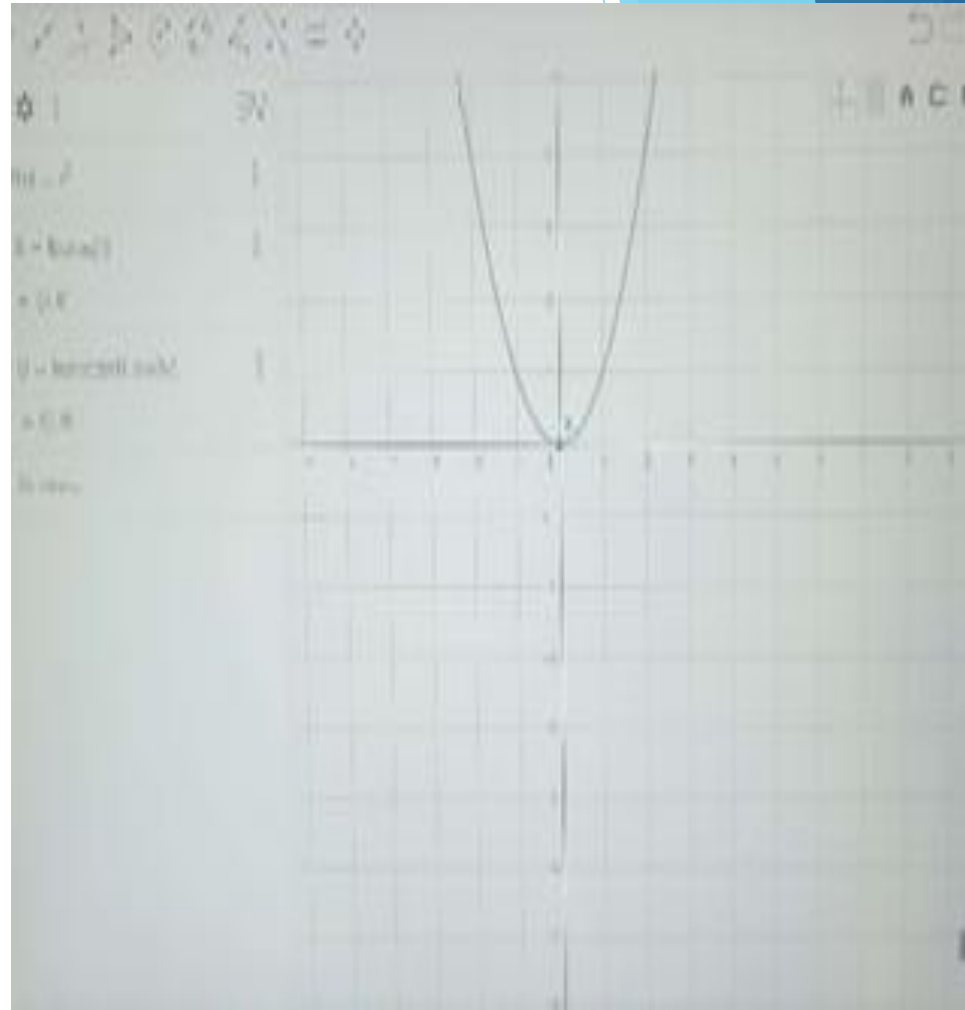
$$G_f \cap O_y: x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

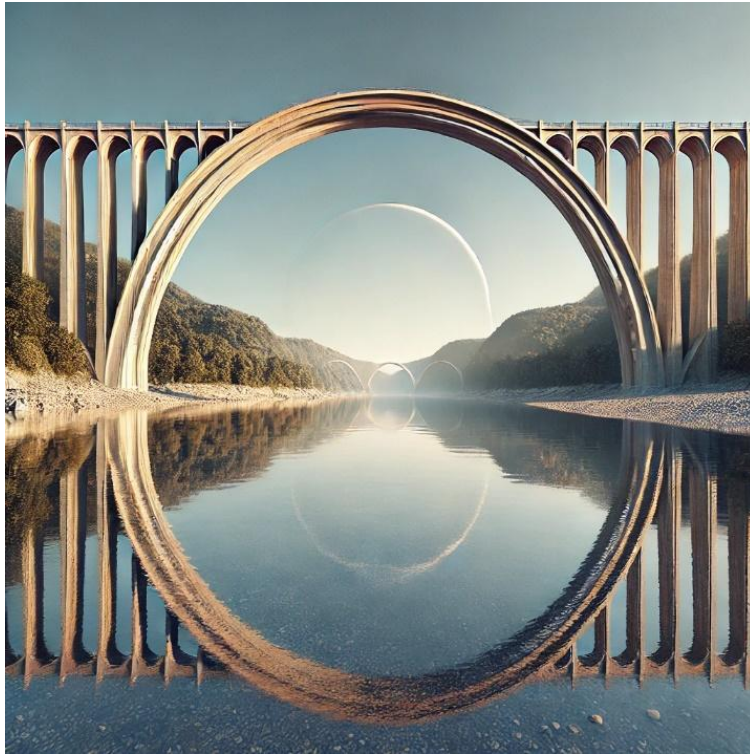
$$G_f \cap O_y = O(0, 0)$$

Pas.3. $V\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = V(0, 0)$

Pas.4. $x = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow$ axa de simetrie.

Pas.5.





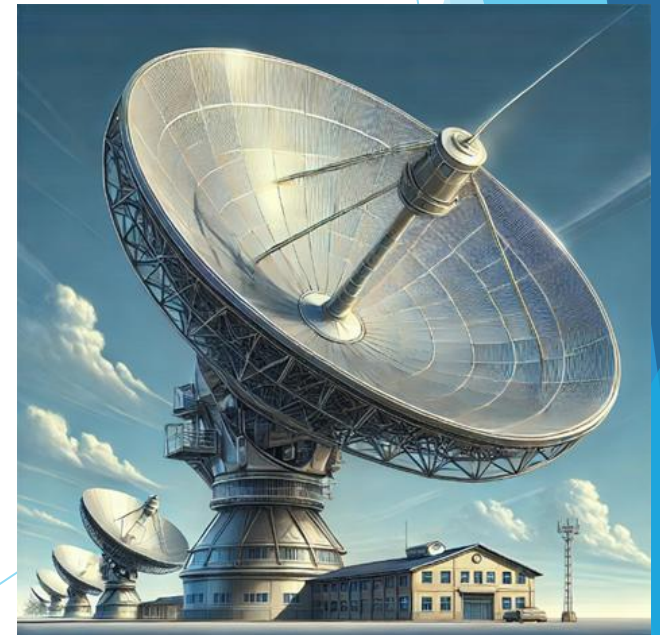
Aici este o ilustrare a unui pod arcuit cu o formă parabolică.

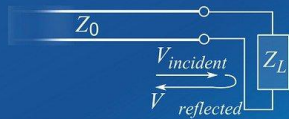
Aceasta este o aplicație reală a funcțiilor de gradul al doilea, utilizată pentru distribuirea uniformă a greutatei și stabilitatea construcției.

Antenă parabolică (satellite dish)

Folosită pentru captarea undelor radio și de telecomunicații.

Forma parabolică ajută la concentrarea semnalelor într-un punct focal.

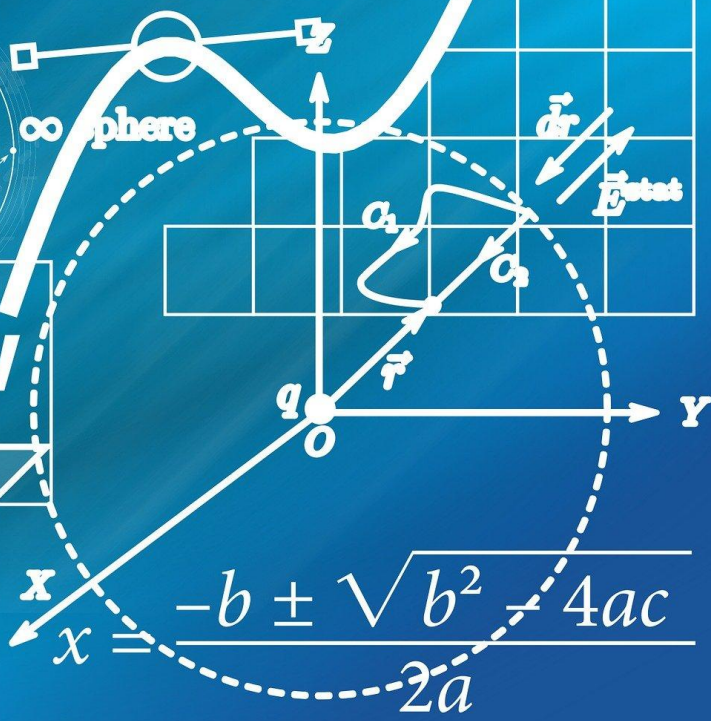
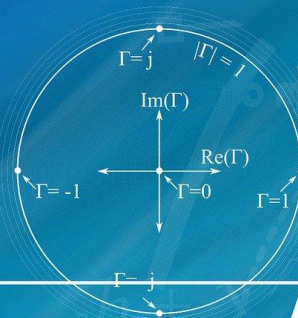
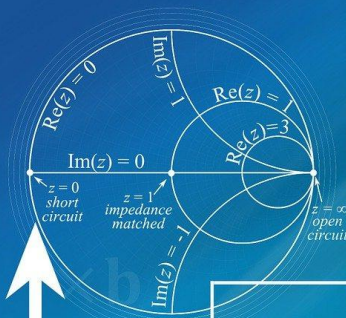




$$z = \frac{Z_L}{Z_0}$$

$$\Gamma = \frac{V_{\text{reflected}}}{V_{\text{incident}}}$$

$$\frac{a}{b+c} = a \div (b+c) \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$$



$$P = 2\ell + 2w$$

