

# PROIECT DIDACTIC

**Data:**

**Clasa:** a XI-a

**Profesor:** Grosu Veronica

**Disciplina:** Matematică

**Unitatea școlară:** Liceul Tehnologic "Ioan N. Roman" Constanța

**Unitatea de învățare:** Asimptote

**Titlul lecției:** Asimptote orizontale

**Tipul lecției:** Lecție de sistematizare și consolidare a cunoștințelor

**Locul de desfășurare:** Sala de clasă

**Durata:** 50 minute

**Competențe specifice:**

CS3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului limitelor de funcții în rezolvarea unor probleme.

CS4. Exprimarea cu ajutorul noțiunilor de limită a unor proprietăți cantitative și calitative ale unei funcții.

**Obiective operaționale:**

Pe parcursul și la sfârșitul lecției elevii vor fi capabili :

O<sub>1</sub>) Să utilizeze în contexte variate noțiunile teoretice pentru determinarea asimptotelor orizontale;

O<sub>2</sub>) Să aplice algoritmi specifici calculului unor limite de funcții în rezolvarea exercițiilor;

O<sub>3</sub>) Să determine ecuațiile asimptotelor orizontale ale graficelor unor funcții reale.

**Metode, strategii didactice:** conversația, explicația, exercițiul, problematizarea, jocul;

**Mijloace de învățământ:** fișe de lucru, tabla inteligentă;

**Forme de organizare:** activitate frontală, individuală și în echipe;

**Metode de evaluare:** aprecieri verbale individuale și colective, observarea sistematică a elevilor.

**Bibliografie :** Manual pentru clasa a XI-a, Editura "Prior & Books ", 2011;

Probleme de matematică pentru clasa XI/ Consolidare Mate 2000+,

Editura "Paralela 45" 2020;

Metodica predării matematicii, Ediția a IV – a, revizuită, Editura „ Paralela 45”, Pitești, 2007;

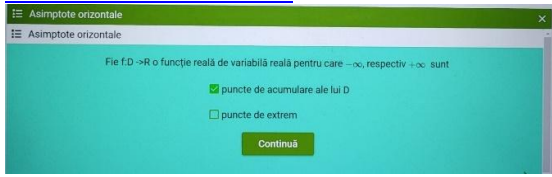
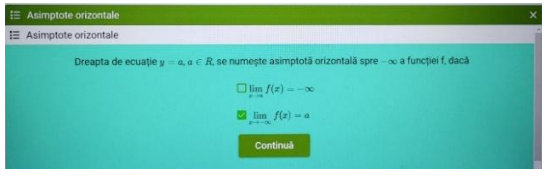
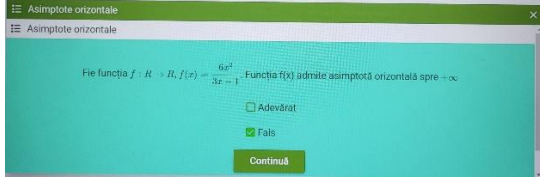
## SCENARIUL LECȚIEI

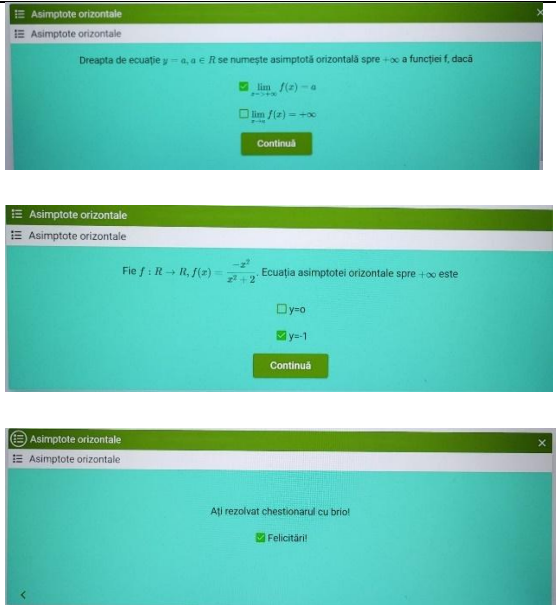
Etapetele Lecției	Obiective operaționale	Desfășurarea activității	Timp	Strategii didactice			Evaluare
				Forme de organizare	Metode și procedee	Resurse	
<b>1. Moment organizatoric</b>		Asigur condițiile optime pentru desfășurarea lecției, pregătirea materialului didactic.	2'				
<b>2. Verificarea temei</b>		Efectuez controlul cantitativ și calitativ al temei. Fac aprecieri generale privind realizarea temelor.	3'	Frontal	Conversația Explicația	Caietele elevilor	
<b>3. Captarea atenției. Reactualizarea cunoștințelor</b>	<b>O<sub>1</sub></b> ) Să utilizeze în contexte variate noțiunile teoretice pentru determinarea asimptotelor orizontale;  <b>O<sub>2</sub></b> ) Să aplice algoritmi specifici calculului unor limite de funcții în rezolvarea exercițiilor;	Le propun elevilor  <b>„COȘULEȚUL CU SURPRIZE”</b>  ce conține bilețele cu noțiuni teoretice despre asimptote orizontale. Elevul extrage un bilețel, citește enunțul și răspunde. <b>”COȘULEȚUL CU SURPRIZE”</b> <b>Bilet nr.1</b> Punctele de acumulare ale domeniului de definiție pentru o funcție $f: D \rightarrow R$ care admite asimptotă orizontală sunt: - ....., respectiv + .....	8'	Frontal	Conversația Explicația	Tabla inteligentă	Aprecierea răspunsurilor elevilor

	<p><b>O<sub>3</sub>)</b> Să determine ecuațiile asimptotelor orizontale ale graficelor funcțiilor reale.</p>	<p><b>Biletul nr.2</b>  Dacă <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a</math>, atunci dreapta de ecuație <math>y = a</math>, <math>a \in R</math> se numește .....</p> <p><b>Biletul nr.3</b>  Dreapta de ecuație <math>y = a</math>, <math>a \in R</math>, se numește asimptotă orizontală spre <math>+\infty</math> a funcției <math>f</math>, dacă.....</p> <p><b>Bilet nr.4</b>  Dreapta <math>y = 0</math> este asimptotă orizontală spre <math>-\infty</math> a funcției exponențiale <math>f: R \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x</math> dacă .....</p> <p><b>Biletul nr.5</b>  Dreapta <math>y = 0</math> este asimptotă orizontală spre <math>+\infty</math> a funcției exponențiale <math>f: R \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x</math> dacă .....</p>		Frontal	Conversația Explicația	Tabla inteligentă	Aprecierea răspunsurilor elevilor
<p><b>4. Comunicarea titlului lecției și a obiectivelor operaționale ale acesteia</b></p>	<p><b>O<sub>1</sub>)</b> Să utilizeze în contexte variate noțiunile teoretice pentru determinarea asimptotelor orizontale;  <b>O<sub>2</sub>)</b> Să aplice algoritmi specifici calculului unor limite de funcții în rezolvarea exercițiilor;  <b>O<sub>3</sub>)</b> Să determine ecuațiile asimptotelor orizontale ale graficelor funcțiilor reale.</p>	<p>Anunț și scriu pe tablă titlul lecției:</p> <p><b><i>"ASIMPTOTE ORIZONTALE"</i></b></p> <p>Comunic obiectivele operaționale ale lecției.</p>	3'	Frontal	Conversația Explicația	Tabla Caietele Elevilor	

<p><b>5. Realizarea de către elevi a unor exerciții pe baza cunoștințelor</b></p>	<p><b>O<sub>1</sub></b> ) Să utilizeze în contexte variate noțiunile teoretice pentru determinarea asimptotelor orizontale;  <b>O<sub>2</sub></b>) Să aplice algoritmi specifici calculului unor limite de funcții în rezolvarea exercițiilor;  <b>O<sub>3</sub></b>) Să determine ecuațiile asimptotelor orizontale ale graficelor unor funcții reale.</p>	<p>Le propun elevilor un joc interdisciplinar</p> <p style="text-align: center;"><i>"PE ARIPI DE ASIMPTOTE CĂLĂTORIM PE URMELE LUI IOAN N. ROMAN"</i></p> <p>Se formează echipele, fiecare echipă va primi o fișă colorată de joc ce conține exerciții pentru determinarea asimptotelor orizontale.</p> <p>Prin rezolvarea exercițiilor din fișa de concurs, elevii vor descoperi date importante din biografia lui Ioan N. Roman- publicist, poet și scriitor român, al cărui nume îl poartă liceul nostru.</p> <p>Pentru fiecare exercițiu rezolvat corect, echipa primește un stiker. La finalul concursului echipele sunt premiate în funcție de câte stikere au acumulat.</p> <p style="text-align: right;"><b>Anexa 1</b></p> <p style="text-align: center;"><b>FIȘĂ PENTRU JOCUL</b></p> <p style="text-align: center;"><i>"PE ARIPI DE ASIMPTOTE CĂLĂTORIM PE URMELE LUI IOAN N. ROMAN"</i></p> <p>Prin rezolvarea exercițiilor din fișă veți descoperi date importante din biografia lui Ioan N. Roman- publicist, poet și scriitor român, al cărui nume îl poartă liceul nostru.</p> <p>1. Determinați ecuația asimptotei orizontale spre <math>-\infty</math> a funcției  <math>f: R \setminus \{2\} \rightarrow R, f(x) = \frac{20x}{x-2}</math>.</p>	<p style="text-align: center;">20'</p>	<p style="text-align: center;">Frontal În echipe</p>	<p style="text-align: center;">Conversația  Explicația  Exercițiul</p>	<p style="text-align: center;">Tabla inteligentă Caietele elevilor Fișă de Concurs</p>	<p style="text-align: center;">Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală Stikere</p>
---	---	---	--	--	--	--	--

		<p><i>"20 iulie 1866 – S-a născut în comuna Tropoclo, județul Ismail, publicistul, poetul și scriitorul român Ioan N. Roman, care s-a remarcat prin atașamentul său pentru ținuturile Dobrogei".</i></p> <p>2.Să se determine <math>a \in R</math>, astfel încât dreapta <math>y=2</math> este asimptotă orizontală spre <math>+\infty</math> la graficul funcției <math>f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{(16+a)x^4-7x+3}{ax^4+x^2+1}</math></p> <p><i>"Dovedind un talent literar precoce, tânărul Ioan. N. Roman debutează publicistic la 16 ani, în 1882, în paginile „Albinei” din Botoșani."</i></p> <p>3.Fie <math>f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1887x^4-3}{x^2+2}</math>. Verificați dacă dreapta de ecuație <math>y = 1887</math> este asimptotă orizontală spre <math>-\infty</math> la graficul funcției f.</p> <p><i>"În perioada ieșeană, înființează prima sa gazetă, „Meseriașul român”, în 1887"</i></p> <p>4.Se consideră <math>f: R \rightarrow R, f(x) = e^x + 23</math> Determinați ecuația asimptotei orizontale spre <math>-\infty</math> la graficul funcției f.</p> <p><i>"În perioada 1893-1897, îl vom întâlni în capitala Belgiei, unde, pe lângă obținerea diplomei în litere și filosofie, la 19 iulie 1895, i se va decerna și titlul de doctor în drept, „Avec distinction”, la 23 iulie 1897."</i></p> <p>5.Fie funcția <math>f: R \rightarrow R, f(x) = 3^x + 1898</math>. Aflați asimptota orizontală spre <math>-\infty</math> la graficul funcției f.</p> <p><i>"În prima parte a anului 1898, Ioan N Roman este numit judecător la Medgidia, oraș în care este instalat și ca primar, timp de 3-4 luni."</i></p> <p>6.Fie <math>f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{26x^3+12x-5}{2x^3+9}</math>. Determinați ecuația asimptotei orizontale spre <math>+\infty</math> la graficul funcției f.</p>	<p>Frontal În echipe</p>	<p>Conversația  Explicația  Exercițiul</p>	<p>Tabla Caietele elevilor Fișă de concurs</p>	<p>Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală Stikere</p>
--	--	--	------------------------------	--	--	--

		<p><i>”Din 13 noiembrie 1933, în casa lui Ioan N. Roman din strada Carol nr. 115 este găzduită biblioteca municipală, înființată cu doi ani mai devreme. La baza acesteia stă vasta bibliotecă a lui Ioan N. Roman pe care acesta a donat-o orașului. Ca recunoaștere a contribuției sale la înființarea primei biblioteci publice din Constanța, din 23 noiembrie 2003, Biblioteca Județeană Constanța îi poartă numele.”</i></p> <p>Fișa pentru joc- anexa 2</p>		<p>Frontal În echipe</p>	<p>Conversația</p> <p>Explicația</p> <p>Exercițiul</p>	<p>Tabla</p> <p>Caietele elevilor</p> <p>Fișă de concurs</p>	<p>Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală</p> <p>Stikere</p>
<p><b>6. Consolidarea cunoștințelor</b></p>	<p><b>O<sub>1</sub></b> ) Să utilizeze în contexte variate noțiunile teoretice pentru determinarea asimptotelor orizontale;</p> <p><b>O<sub>2</sub></b>) Să aplice algoritmi specifici calculului unor limite de funcții în rezolvarea exercițiilor;</p> <p><b>O<sub>3</sub></b>) Să determine ecuațiile asimptotelor orizontale ale graficelor unor funcții reale.</p>	<p>Le propun elevilor să rezolve un chestionar în Livresq în care vor descoperi noțiunile teoretice ale asimptotelor orizontale.</p> <p><a href="https://author.livresq.com/workshop/679e5745f2f1cc0009494c92">https://author.livresq.com/workshop/679e5745f2f1cc0009494c92</a></p>   	10'	<p>Frontal</p>	<p>Exercițiul</p> <p>Explicația</p>	<p>Chestionar</p>	<p>Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală</p>

				Frontal	Exercițiul Explicația	Chestionar	Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală
<b>7. Asigurarea feedback-ului</b>		Se realizează pe parcursul întregii ore prin aprecieri verbale și clarificarea neclarităților.					
<b>8. Evaluarea performanțelor elevilor</b>		Elevii primesc pe fișele de lucru, stickere pentru fiecare exercițiu rezolvat corect și pentru fiecare răspuns corect dat la întrebările puse.	2'				
<b>9. Concluzii și enunțarea temei pentru acasă</b>		La finalul orei sunt apreciați elevii care au cele mai multe stickere stranse și care s-au remarcat la începutul orei și pe parcursul acesteia, fiind activi. Fișa - Temă – Anexa 3. Verific dacă elevii au neclarități la exercițiile din fișa temă pentru acasă.	2'	Individual	Conversația Explicația	Fișa de lucru	Aprecieri verbale

## Anexa 1

### ”COȘULEȚUL CU SURPRIZE”

#### Bilet nr.1

Punctele de acumulare ale domeniului de definiție pentru o funcție  $f: D \rightarrow R$  care admite asimptotă orizontală sunt: - ....., respectiv + .....

#### Biletul nr.2

Dacă  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ , dreapta de ecuație  $y = a$ ,  $a \in R$  se numește .....

#### Biletul nr.3

Dreapta de ecuație  $y = a$ ,  $a \in R$ , se numește asimptotă orizontală spre  $+\infty$  a funcției  $f$ , dacă.....

#### Bilet nr.4

Dreapta  $y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $-\infty$  a funcției exponențiale  $f: R(0, +\infty), f(x) = a^x$  dacă .....

#### Biletul nr.5

Dreapta  $y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  a funcției exponențiale  $f: R \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x$  dacă .....

## Anexa 1 - Rezolvare

### ”COȘULEȚUL CU SURPRIZE”

#### Bilet nr.1

Punctele de acumulare ale domeniului de definiție pentru o funcție  $f: D \rightarrow R$  care admite asimptotă orizontală sunt:  $-\infty$ , respectiv  $+\infty$ .

#### Biletul nr.2

Dacă  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ , dreapta de ecuație  $y = a$ ,  $a \in R$  se numește **asimptotă orizontală spre  $-\infty$  a funcției  $f$** .

#### Biletul nr.3

Dreapta de ecuație  $y = a$ ,  $a \in R$ , se numește asimptotă orizontală spre  $+\infty$  a funcției  $f$ , dacă  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$

#### Bilet nr.4

Dreapta  $y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $-\infty$  a funcției exponențiale  $f: R(0, +\infty), f(x) = a^x$  dacă  $a > 1$

#### Biletul nr.5

Dreapta  $y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  a funcției exponențiale  $f: R \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x$  dacă  $a \in (0, 1)$

## Anexa 2

### FIȘA PENTRU JOCUL

#### "PE ARIPI DE ASIMPTOTE CĂLĂTORIM PE URMELE LUI IOAN N. ROMAN"

Prin rezolvarea exercițiilor din fișă veți descoperi date importante din biografia lui Ioan N. Roman- publicist, poet și scriitor român, al cărui nume îl poartă liceul nostru(1995)

1. Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $-\infty$  a funcției  $f: R \setminus \{2\} \rightarrow R$ ,  
 $f(x) = \frac{20x}{x-2}$ . ( R:  $y = 20$  )

*"20 iulie 1866 – S-a născut în comuna Tropoclo, județul Ismail, publicistul, poetul și scriitorul român Ioan N. Roman, care s-a remarcat prin atașamentul său pentru ținuturile Dobrogei "*

2. Să se determine  $a \in R$ , astfel încât dreapta  $y=2$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  la graficul funcției  
 $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{(16+a)x^4-7x+3}{ax^4+x^2+1}$  ( R:  $a = 16$  )

*"Dovedind un talent literar precoce, tânărul Ioan. N. Roman debutează publicistic la 16 ani, în 1882, în paginile „Albinei” din Botoșani."*

3. Fie  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1887x^4-3}{x^2+2}$ . Verificați dacă dreapta de ecuație  $y = 1887$  este asimptotă orizontală spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ . ( R: Fals )

*"În perioada ieșeană, înființează prima sa gazetă, „Meseriașul român”, în 1887"*

4. Se consideră  $f: R \rightarrow R, f(x) = e^x + 23$ . Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ . ( R:  $y = 23$  )

*"În perioada 1893-1897, îl vom întâlni în capitala Belgiei, unde, pe lângă obținerea diplomei în litere și filosofie, la 19 iulie 1895, i se va decerna și titlul de doctor în drept, „Avec distinction”, la 23 iulie 1897."*

5. Fie funcția  $f: R \rightarrow R, f(x) = 3^x + 1898$ . Aflați asimptota orizontală spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .

*"În prima parte a anului 1898, Ioan N Roman este numit judecător la Medgidia, oraș în care este instalat și ca primar, timp de 3-4 luni."* ( R:  $y = 1898$  )

6. Fie  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{26x^3+12x-5}{2x^3+9}$ .

Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

*"Din 13 noiembrie 1933, în casa lui Ioan N. Roman din strada Carol nr. 115 este găzduită biblioteca municipală, înființată cu doi ani mai devreme. La baza acesteia stă vasta bibliotecă a lui Ioan N. Roman pe care acesta a donat-o orașului (carti de drept, opera sa literară și politică, colecții ale unor reviste de drept și culturale ș. a.).*

*Ca recunoaștere a contribuției sale la înființarea primei biblioteci publice din Constanța, din 23 noiembrie 2003, Biblioteca Județeană Constanța îi poartă numele.*

( R:  $y = 13$  )

### Anexa 3

## FIȘA -TEMĂ

### Asimptota orizontală

Dacă  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \alpha$  atunci dreapta  $y = \alpha$  este asimptotă orizontală la  $+\infty$ .

Dacă  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \alpha$  atunci dreapta  $y = \alpha$  este asimptotă orizontală la  $-\infty$ .

Aveți ca temă pentru acasă de rezolvat următoarele exerciții:

- 1) Determinați asimptota orizontală spre  $+\infty$  a funcției  $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x-4}$ .
- 2) Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{(a+24)x^4 - 8x - 2}{ax^4 + 3x^2 + 2}$ .  
Aflați  $a \in \mathbb{R}$ , știind că dreapta de ecuație  $y=3$  este asimptotă orizontală spre  $-\infty$ .
- 3) Determinați ecuația asimptotei orizontale a funcției  $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+8}{x-1}$ .
- 4) Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{18x^5 - 3}{x^4 + 2}$ . Verificați dacă  $f(x)$  admite asimptotă orizontală spre  $-\infty$ .
- 5) Determinați asimptota orizontală spre  $+\infty$  a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2}$ .
- 6) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2+6x+1}{x^2+9}$ .  
Arătați că dreapta  $y=1$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 7) Determinați asimptota orizontală a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+5}{e^x+1}$ .
- 8) Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{(a+2)x^5+8}{ax^5+3x^2-4}$ .  
Aflați  $a \in \mathbb{R}$ , știind că dreapta de ecuație  $y=3$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$ .